**ESERCITAZIONE 3: esercizio 2**

Lorenzo Aliotta, 5655762

Riccardo Dal Seno, 5605031

Teresa de Jesus Fernandes, 4190022

**Testo**

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere, documento

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, diagramma, bianco, schizzo

Descrizione generata automaticamente

**Obiettivo dell'esperimento**

In questo esercizio è richiesta l’analisi di un grafo rappresentato attraverso la sua matrice di adiacenza. La matrice di adiacenza A viene qui utilizzata per descrivere le connessioni tra i nodi di un grafo. In particolare, lo studio si concentra su un grafo delle ferrovie lombarde e sul calcolo della matrice normalizzata G=A⋅D−1, dove D è una matrice diagonale contenente i gradi dei nodi.

**Parte A**

Costruzione della matrice di adiacenza A  
La matrice di adiacenza A del grafo, di dimensione 11×11 è costruita come segue:

* A(i,j) = 1 se il nodo j è connesso al nodo i
* A(i,j) = 0 altrimenti

Si ottiene quindi:

Immagine che contiene testo, schermata, bianco e nero, tipografia

Descrizione generata automaticamente

**Parte B**

Calcolo della matrice normalizzata G

Dapprima è stato necessario calcolare la matrice diagonale D, mediante l’applicazione del metodo **diag** che crea una matrice diagonale inserendo gli elementi passati nell’argomento nella diagonale stessa. In questo caso:

D = diag(g1, g2, …, gn)

dove gi​ rappresenta il numero di archi uscenti dal nodo i.

Nel nostro caso:

D = diag([6,1,2,3,4,3,1,3,1,3,1])

È stato quindi possibile determinare la matrice G (G=A⋅D−1) ottenibile in MATLAB con l’operazione: G = A/D.

Di G sono stati calcolati gli autovalori e gli autovettori, utilizzando la funzione **eig** in MATLAB:

**Autovalori**

λ=[1.0000,0.7640,0.5774,−0.8824,−0.7255,−0.5774,−0.3802,0.2241,−4.1914×10−17,3.2295×10−17+7.0674×10−18i,3.2295×10−17−7.0674×10−18i]

**Autovettori**

*per maggiore leggibilità vengono riportati solo nel file output indicato all’inizio del capitolo*

**Parte C**

Verifica delle Proprietà

**Autovalore di 1 e altri autovalori**

Si è verificato che uno degli autovalori di G fosse esattamente 1 e che tutti gli altri autovalori avessero modulo inferiore a 1. I risultati sono stati positivi:

* **Autovalore 1:** sì, il primo dell’output
* **Altri autovalori:** tutti i restanti autovalori hanno modulo minore di 1

**Autovettore associato all'autovalore 1**

L'autovettore associato all'autovalore 1 è:

x = [−0.6124; −0.1021; −0.2041; −0.3062; −0.4082; −0.3062; −0.1021; −0.3062; −0.1021; −0.3062; −0.1021]

(perché? Ha senso?) Le componenti dell'autovettore non sono mai comprese tra 0 e 1 (hanno tutte infatti valori negativi), il che non soddisfa il requisito previsto.

Si nota che le componenti dell’autovettore x sono sempre multipli del valore 0.1021 e, in particolare, ogni componente ha un valore associato pari a: 0.1021 \* numero di archi uscenti.  
Da questo è quindi possibile definire intuitivamente l’importanza di ciascuna stazione m osservando la componente associata, ove la prima cifra decimale di ciascun valore xm riflette il numero di connessioni dirette con la stazione m.

Ad esempio:

x1 ( = Milano) = -0.6124 indica che la stazione di Milano ha l’importanza maggiore nella rete ferroviaria

x2 ( = Pavia) = x7 ( = Varese) = x9 ( = Sondrio) = x11 ( = Mantova) = -0.1021 indica che le stazioni di Pavia, Varese, Sondrio e Mantova sono ciascuna connessa con una sola stazione e, pertanto, sono quelle di minore importanza

**Autovettori associati ad altri autovalori**

Gli autovettori associati agli altri autovalori mostrano una combinazione di componenti positive e negative, confermando che gli autovettori degli altri autovalori non hanno solo componenti positive o negative.

Ad esempio, questo autovettore presenta componenti nell’intervallo [-1,1]:

Immagine che contiene testo, schermata, ricevuta, Carattere

Descrizione generata automaticamente